2011 小學生數理達人研習營趣味數學分組競賽

【團體賽第一回】

1. 有一個六位數，最左端的數字是1。若將最左端的數字移到最右端，而其他數字順序不變，所得的新數是原數的三倍，試求原數是 ________ 。

答：

$1\underbrace{\square\square\square\square\square}_{x} \Rightarrow$ 原數為$100000+x$

$\underbrace{\square\square\square\square\square}_{x}1 \Rightarrow$ 新數為$10x+1$　　　$\therefore 10x+1=3(100000+x) \Rightarrow x=42857$

2. 設a,b,c,d為相異整數且滿足$(6-a)(6-b)(6-c)(6-d)=25$，則$a+b+c+d=$ ________ 。

答：$25=1\times(-1)\times5\times(-5)$

$\therefore a=5, b=7, c=1, d=11$　　　$\therefore a+b+c+d=24$

3. 設比奇堡高中高一共有27班，現在要舉行班際拔河比賽，採取單淘汰賽制。試問最少必須比賽 ________ 場，才能產生冠軍。

答：除了冠軍隊之外，其餘各隊均輸一場。

$\therefore$共須比26場

4. 若$N^2=25^{64}\cdot64^{25}$，則N的各位數字和＝ ________ 。

答：$N^2=25^{64}\times64^{25}=(5^2)^{64}\times(2^6)^{25}=5^{128}\times2^{150}=(5\cdot2)^{128}\cdot2^{22}=(2^{10})^2\cdot2^2\cdot10^{128}$

$\therefore N=2^{10}\cdot2\cdot10^{64}=2048000\sim000$　　　$\therefore$所求$=2+4+8=14$

5. 一個電子鐘，有記錄時與分，共有四位數字。例如下午3點27分，鐘面呈現$\boxed{1}\boxed{5}:\boxed{2}\boxed{7}$。從午夜00:00開始的一天中，數字5總共出現在鐘面共 ________ 分鐘。

答：① $\square\boxed{5}:\square\square \Rightarrow 05, 15 \Rightarrow 60\times2=120$

② $\square\square:\boxed{5}\square \Rightarrow 22\times10 \Rightarrow 220$

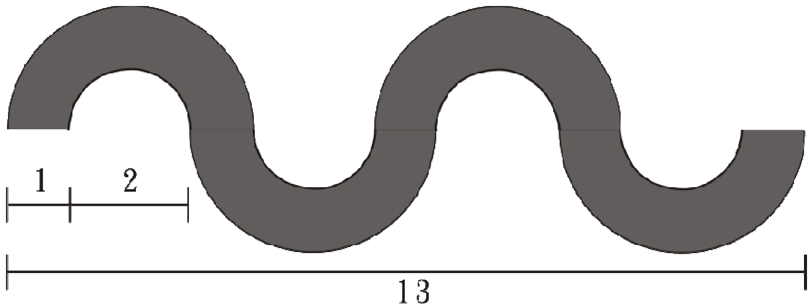
③ $\square\square:\square\boxed{5} \Rightarrow 22\times5 \Rightarrow 110$

①＋②＋③$=450$

2011 小學生數理達人研習營趣味數學分組競賽

【團體賽第二回】

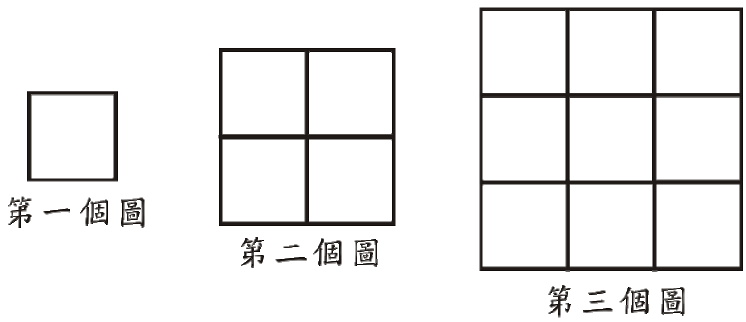
1.



上圖陰影部分的面積為 ________

答：所求$=2\left[\pi\cdot 2^2-\pi\cdot 1^2\right]=6\pi$

2. 用火柴棒排成正方形，排好如下：

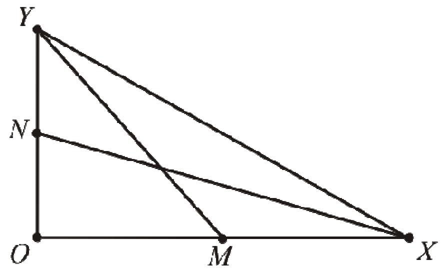


試問第10個圖共須 ________ 根火柴棒。

答：第一個圖：$1\times 4=4$根
第二個圖：$2\times 6=12$根
第三個圖：$3\times 8=24$根
第四個圖：$4\times 10=40$根
.
.
.
.
.
第十個圖：$10\times 22=220$根

3. 已知ΔXOY為直角三角形且$\angle XOY = 90°$，M, N分別為$\overline{OX}, \overline{OY}$之中點且

$\overline{XN} = 19, \overline{YM} = 22$，則$\overline{XY} =$ ______ 。



答：$a^2 + (2b)^2 = 22^2$

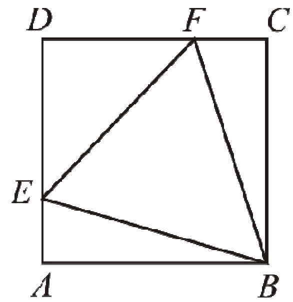
$(2a)^2 + b^2 = 19^2$

$\Rightarrow 5(a^2 + b^2) = 845$

$\therefore a^2 + b^2 = 169$ $\therefore \overline{XY}^2 = (2a)^2 + (2b)^2 = 4(a^2 + b^2) = 4 \times 169$

$\therefore \overline{XY} = 2 \times 13 = 26$

4. 如圖▫$ABCD$為正方形，ΔBEF為正方形，則ΔDEF與ΔABE面積之比＝______ 。



答：$(a - x)^2 + a^2 = (\sqrt{2}x)^2$

$\Rightarrow a^2 - 2ax + x^2 + a^2 = 2x^2$

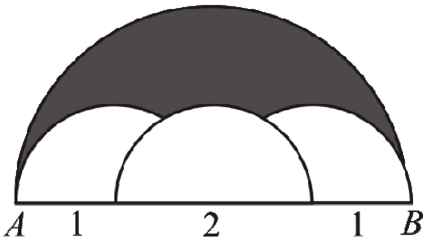
$\therefore 2a^2 - 2ax = x^2$

$\therefore \Delta DEF = \frac{1}{2}x^2$

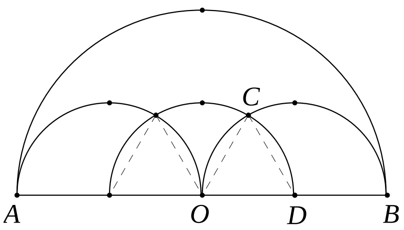
$\Delta ABE = \frac{1}{2}a(a - x) = \frac{1}{2}(a^2 - ax)$

$\therefore$所求$= \frac{\Delta DEF}{\Delta ABE} = \frac{\frac{1}{2}x^2}{\frac{1}{2}(a^2 - ax)} = \frac{x^2}{\frac{1}{2}x^2} = 2$

5.



左圖中陰影部分的面積為 ＿＿＿＿＿



大的半圓面積$= 2^2 \times \pi \times \frac{1}{2} = 2\pi$

小的半圓面積$= 1^2 \times \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{2}$

ΔOCD面積$= 1 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

所求$= 2\pi - \left[\frac{\pi}{2} \times 2 + \frac{\pi}{2} \times \frac{1}{3}\right] + 2\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{7\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}$